

УДК 524.8

DOI: <https://doi.org/10.17721/BTSNUA.2024.69.29-35>

Валерій ЖДАНОВ, д-р фіз.-мат. наук, проф.

ORCID ID: 0000-0003-3690-483X

e-mail: Valery.Zhdanov@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

РЕЛЯТИВІСТСЬКІ СФЕРИЧНО-СИМЕТРИЧНІ АСТРОФІЗИЧНІ ОБ'ЄКТИ ЗІ СКАЛЯРНИМИ ПОЛЯМИ

Інтерес до "екзотичних" моделей астрофізичних компактних об'єктів обумовлений проривними можливостями спостережень, які з'явилися в останні кілька років. Нині події детектування гравітаційних хвиль від злиття чорних дір реєструють уже десятками. Надихаючими є перспективи довгохвильового гравітаційного детектора LISA. Значний інтерес викликають дослідження "тіні" надмасивних чорних дір за допомогою глобальної інтерферометричної системи "телескоп горизонту подій". Цінну інформацію дають і традиційні рентгенівські дослідження акреційних дисків навколо чорних дір. Нові спостережні можливості стимулюють теоретичні роботи, які аналізують можливості застосування "екзотичних" моделей для опису релятивістських зірок і чорних дір. Видатні теоретики Ч. Мізнер, К. Торн і Дж. Уілер писали, що актуальність цих робіт пов'язана і з тим, "щоб було із чимось порівняти айнштайнівську теорію і більш контрастно показати її переваги".

Водночас загальна теорія відносності (ЗТВ) має свої внутрішні проблеми та межі застосування, і це стимулює вивчати гравітаційно-релятивістські ефекти, зокрема в межах альтернативних теорій гравітації. Зазначимо, що є спостережні факти (проблеми площинності, горизонту та ін.), які не мають пояснення в межах Стандартної космологічної моделі, що базується на ЗТВ. Вони знаходять розв'язання в припущенні про інфляційний період розширення Всесвіту, що потребує або модифікувати ЗТВ, або доповнити Стандартну модель додатковими типами взаємодій. У цих доповненнях типовим елементом розгляду є скалярне поле. Наявність скалярного поля в статичній системі призводить, зазвичай, до появи голої сингулярності (ГС). Наявність ГС – це виклик для ЗТВ та її можливості передбачати майбутнє. Саме тому Р. Пенроуз запропонував відому гіпотезу "космічної цензури", за якою ГС не існують у реальному Всесвіті. Ця гіпотеза є досить популярною, але її строгого доведення або заперечення досі не існує. Натомість, ГС (якщо вони існують) могли б бути ідеальними лабораторіями для тестування фундаментальних взаємодій в екстремальних умовах, оскільки в околі ГС інваріанти кривини мають сягати планківських величин.

У цьому огляді розглянуто моделі астрофізичних конфігурацій із нелінійними мінімально зв'язаними скалярними полями, які можуть імітувати звичайні чорні діри. Основну увагу приділено статичним сферично-симетричним системам з асимптотично-плоским простором-часом. Необхідним елементом такого розгляду є ГС, що виникають у випадку часто вживаних скалярно-польових потенціалів. Обговорено гіпотезу космічної цензури, сферичні сингулярності та проблеми стійкості відносно лінійних збурень.

Ключові слова: релятивістські об'єкти, імітатори чорних дір, голі сингулярності, модифікована гравітація.

Вступ

Успіхи багатоканальної (multimessenger) астрономії стимулювали новий інтерес до альтернативних моделей компактних об'єктів. З'явилися нові можливості для перевірок загальної теорії відносності у потужних гравітаційних полях. Насамперед варто згадати успішне детектування гравітаційних хвиль (Abbott et al., 2016), після чого такі події реєструють уже десятками (Abbott et al., 2023). Надихаючими є перспективи довгохвильового детектора гравітаційних хвиль у космосі (Argun et al., 2022). Значний інтерес викликають дослідження "тіні" надмасивних чорних дір за допомогою глобальної інтерферометричної системи "телескоп горизонту подій" (Event Horizon Telescope Collaboration, 2019). Не слід забувати і традиційні методи спостережень, пов'язані з реєстрацією високоенергетичного випромінювання акреційних дисків навколо чорних дір, які існують відносно близько від горизонту, яке несе інформацію про властивості гравітаційного поля в цій області. Зазначимо, що зображення, яке отримують за допомогою телескопа горизонту подій – це зображення акреційного диска, спотворене впливом гравітаційного поля.

Нові можливості свідчать про верифікованість загальної теорії відносності (ЗТВ) в сильних гравітаційних полях. Причому важливо мати критерії для порівняння з іншими, "альтернативними", теоріями (Will, 2014). На питання, навщо вивчати альтернативні теорії гравітації, видатні теоретики Ч. Мізнер, К. Торн та Дж. Уілер відповідали так: "Щоб було із чимось порівняти айнштайнівську теорію і більш контрастно показати її переваги".

Однак зрозуміло, що відповідь на це питання не є справою смаку й обумовлена не тільки естетичними міркуваннями. Будь-яка теорія має межі застосування і пошук цих меж стимулює вивчати фізичні явища в екстремальних умовах раннього Всесвіту та в надгустих астрофізичних об'єктах. Насамперед згадаємо про необхідність об'єднання ЗТВ і квантової теорії, яке наразі робить лише перші кроки. Але вже є спостережні факти, які не мають пояснення в межах Стандартної космологічної моделі, яка базується на ЗТВ. Найвідомішими є космологічні проблеми площинності та горизонту. Вони розв'язуються у припущенні про інфляційний період розширення Всесвіту, що потребує або модифікувати ЗТВ, або доповнити Стандартну модель додатковими типами взаємодій. У цих доповненнях досить часто виникають моделі зі скалярним полем (СП). У сучасну епоху ефекти, пов'язані із цими модифікаціями, які відігравали роль у перші миттєвості космологічного розширення, скоріше за все, є нехтовно малими. Але це також треба перевіряти, особливо в екстремальних умовах надгустих зір. З іншого боку, відомо, що для низки моделей наявність як завгодно малого СП далеко від астрофізичного об'єкта має наслідком кардинальні відмінності метрики в центрі, зокрема і появу голої сингулярності (ГС). Інтерес до останніх підсилює те, що ГС могли б бути унікальними лабораторіями для перевірок гравітаційних теорій, оскільки саме в околі ГС можна було б спостерігати явища, обумовлені необмеженими значеннями інваріантів кривини. Такі явища неможливі в околі будь-якого іншого релятивістського астрофізичного об'єкта, в тому числі, на горизонті чорної діри (ЧД).

Ці обставини пояснюють збільшення уваги до "екзотичних" об'єктів, зокрема і до конфігурацій із скалярними полями та голими сингулярностями. Мета цього огляду – дати базові уявлення про такі моделі в ЗТВ та деяких

© Жданов Валерій, 2024

суміжних теоріях. Автор не претендує на всеосяжне охоплення досліджень у цій царині, де кількість публікацій доходить до тисяч. Наш список літератури містить огляди й оригінальні роботи, за допомогою яких можна знайти дані для подальшого ознайомлення з темою і відслідковувати подальші статті, що посилаються на ці роботи, за допомогою платформ ADS та INSPIRE HEP.

1. Базові рівняння

Початковим пунктом розгляду релятивістських астрофізичних об'єктів у ЗТВ є рівняння Айнштайна:

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu} - \Lambda g^{\mu\nu} = \kappa T^{\mu\nu}, \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4}, \quad (1)$$

де Λ – космологічна стала, $T^{\mu\nu}$ – тензор енергії-імпульсу негравітаційних полів.

Рівняння (1) випливають із варіаційного принципу для гравітаційної дії

$$S_g = \frac{1}{c} \int_{\Omega} d^4x \sqrt{-g} (R + \Lambda), \quad (2)$$

до якої додають дію негравітаційних полів, що дає ненульовий $T^{\mu\nu}$. З тотожностей Біанкі випливає умова існування розв'язку рівнянь Айнштайна – "коваріантний закон збереження":

$$\nabla_{\mu} T^{\mu\nu} = 0. \quad (3)$$

Внесок космологічної сталої в (1) часто включають у праву частину рівнянь:

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu} = \kappa (T^{\mu\nu} + T_{DE}^{\mu\nu}), \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4},$$

де $T_{DE}^{\mu\nu} = \varepsilon_{DE} g^{\mu\nu}$, $\varepsilon_{DE} = \Lambda / \kappa$, формально має структуру тензора енергії-імпульсу релятивістської ідеальної рідини з рівнянням стану $\varepsilon = -p$. Зауважимо, що це – не найкращий варіант із рівнянь стану темної енергії, які розглядають у сучасній космології.

Найприроднішими узагальненнями ЗТВ є $f(R)$ -гравітація та скалярно-тензорні теорії тяжіння.

У $f(R)$ -гравітації замість дії (2) розглядають

$$S_g = \int_{\Omega} d^4x \sqrt{-g} f(R).$$

Формально це підходить і для розгляду темної енергії у формі космологічної сталої. Але у загальній ситуації рівняння для метричного тензора в цій теорії – рівняння четвертого порядку (система Йордана). Втім, за допомогою конформного перетворення метрики ці рівняння можна звести до звичайних рівнянь Айнштайна, у правій частині яких додається тензор енергії імпульсу додаткового скалярного поля – скалярона – потенціалом, вигляд якого відповідає $f(R)$ (система Айнштайна). Тому далі ми приділяємо основну увагу задачам із СП, причому основні висновки щодо скалярних полів стосуються також і $f(R)$ -гравітації.

Для загального мінімально зв'язаного скалярного поля Φ розглядають дію

$$S_{SF} = \int_{\Omega} d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \Phi_{,\alpha} \Phi_{,\beta} - W(\Phi) \right),$$

звідки випливає формула для тензора енергії-імпульсу

$$T_{\mu\nu} = \Phi_{,\mu} \Phi_{,\nu} - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \Phi_{,\alpha} \Phi_{,\beta} - W(\Phi) \right],$$

який треба враховувати у правій частині (1), та хвильове рівняння

$$g^{\alpha\beta} \nabla_{\alpha} \nabla_{\beta} \Phi = -W'(\Phi), \quad (4)$$

де $W'(\Phi) = \partial W / \partial \Phi$; W – потенціал скалярного поля.

2. Ізольовані системи

Коли йдеться про релятивістські астрофізичні об'єкти, передусім мають на увазі ізольовані конфігурації з асимптотично-плоским простором-часом¹. Простий підхід до визначення асимптотично-плоских конфігурацій припускає, що на великих відстанях від обмеженої системи гравітаційне поле має бути слабким

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1,$$

де η – тензор Мінковського, h – описують малі збурення, які і відповідають за слабе гравітаційне поле. Завдяки інваріантності теорії відносно координатних перетворень, визначення (1) є неповним і до нього варто додати обмеження на вибір координатної системи. Вважають, що гравітаційне поле є слабким, якщо існує система координат, де виконано (1), причому формальний розв'язок рівнянь (1) у випадку слабого поля можна записати за допомогою

¹ Втім, останнім часом привертають увагу і системи з десіттеровською асимптотикою, тобто з урахуванням космологічної сталої.

запізнювальних потенціалів. Це тісно пов'язано з умовою ізолюваності, яка вимагає, щоб тензор енергії-імпульсу негравітаційних полів досить швидко спадав на просторовій нескінченності, а для розв'язків рівнянь Айнштайна виконувалися певні граничні умови. Щодо скалярного поля, вважаємо, що на нескінченності $\phi \rightarrow 0$, хоча з рівнянь скалярного поля можна, зазвичай, отримати точнішу асимптотичну умову.

Називатимемо систему ізолюваною, якщо існує система координат $\{x^\alpha\} = \{t, x, y, z\}$ ($c = 1$), де метричний тензор (1) має таку асимптотичну поведінку: для $r \rightarrow \infty$ маємо $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, причому

$$|h_{\mu\nu}| = O(r^{-1}), \quad |\partial_\alpha h_{\mu\nu}| = O(r^{-2}), \quad |\partial_\alpha \partial_\beta h_{\mu\nu}| = O(r^{-3}). \quad (5)$$

Умови (5) несумісні з ненульовою космологічною константою Λ та ненульовою кривиною на нескінченності, коли присутня взаємодія з космологічним оточенням і поняття ізолюваності втрачає зміст. Втім, внесок Λ є суттєвим на космологічних масштабах і він є нехтовно малим у типових астрофізичних системах (об'єкти зоряної маси, ядра галактик, надмасивні чорні діри).

З аналізу наближення слабого поля випливає, що стаціонарну систему можна вважати ізолюваною в розумінні умови (5), якщо права частина $T_{\mu\nu}$ рівнянь Айнштайна дорівнює нулю або досить швидко спадає для $r \rightarrow \infty$. Це цілком узгоджується з інтуїтивними уявленнями про ізолювану систему. У разі ізолюваної *стаціонарної* системи маємо

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} - \frac{r_g}{r} \delta_{\alpha\beta} + O(r^{-2}), \quad r_g = \frac{2GM}{c^2}, \quad (6)$$

що дозволяє визначити масу M цієї системи через коефіцієнт для r^{-1} . У загальнішому випадку умова (6) виділяє систему відліку, де конфігурація є "асимптотично нерухомою" і має нульову просторову компоненту 4-імпульсу. Водночас перетворення Лоренца координат $\{t, x, y, z\}$ приведе до нової, "рухомої", системи відліку.

Умови (5) не працюють, якщо система нестаціонарна і є випромінювання. У цьому випадку величини $h_{\alpha\beta}$ матимуть хвильову поведінку на нескінченності, причому $\partial_\alpha h_{\beta\gamma} \sim 1/r$. Наявність випромінювання можна врахувати, розглядаючи замість (5) точніші асимптотичні умови на тензор кривини, які диктує теорема Сакса про асимптотику поля випромінювання. Але тут важливо зазначити, що ізолювана фізична система, описувана рівняннями (1), не може випромінювати нескінченно, оскільки це пов'язано з нескінченною енергією. Неврахування цієї обставини призводить до розбіжностей в пострадіаційних порядках наближених методів слабого поля. Це суттєво відрізняє рівняння гравітаційного поля від класичної електродинаміки, де нескінченна генерація випромінювання, обумовлена періодичним рухом зарядів, не призводить до непорозумінь. В ЗТВ рівняння руху тіл пов'язані з рівняннями поля через умови інтегрованості рівнянь Айнштайна і не можуть бути задані довільно. Отже, фізично коректна постановка задачі можлива, якщо система не випромінювала в нескінченному минулому. Коли система починає випромінювати лише, починаючи з деякого моменту $t_0 > -\infty$, умова (6) зберігатиметься для усіх t завдяки скінченній швидкості поширення збурень метрики, що описують випромінювання.

Детальніший розгляд асимптотично плоских систем має справу з мультипольними моментами гравітаційного поля, різні визначення яких узагальнюють ньютонівську теорію. Для статичних конфігурацій таке узагальнення проведено Герохом (Geroch, 1970); Гансен (Hansen, 1974) розширив формалізм для стаціонарних систем. Інший підхід розроблено Торном (Thorne, 1980), а еквівалентність обох підходів стаціонарних систем показано в роботі (Gursel, 1983). Мультипольні моменти визначають гравітаційне поле зовні гравітуючої системи, але, зрозуміло, лише частково характеризують внутрішню область, яка у загальному випадку може містити складну конфігурацію гідродинамічних і польових компонент.

3. Голі сингулярності та космічна цензура

Завдяки розгляду тензорних полів у різних системах координат поняття сингулярності в ЗТВ є нетривіальним. Сингулярності коефіцієнтів метрики не є ознакою сингулярності простору часу (принаймні, не завжди). Відомим прикладом є сингулярність метрики Шварцшильда на гравітаційному радіусі, яка зникає у координатах Леметра чи Фінкельштейна. Обговорення цього питання можна знайти в монографії Хокінга та Елліса (Hawking, & Ellis, 1973), де наявність сингулярностей формулюють мовою геодезичної повноти, тобто пов'язують сингулярність із можливістю чи неможливістю інваріантно описати рух вільних тіл і фотонів до нескінченних значень афінного параметра. На інтуїтивно-фізичному рівні (принаймні, у багатьох, хоча й не усіх, випадках) сингулярні точки простору часу можна визначити як такі, в околі яких інваріанти тензора кривини сягають як зазвичай великих значень. Зазвичай, це не викликає питань у статичних системах. Але у загальному випадку поняття "околу" необхідно уточнювати, оскільки метрика простору-часу не є додатно визначеною. Більше того, є випадки, коли особливості простору-часу не пов'язані з нескінченностями інваріантів кривини.

У разі ЧД існує поверхня горизонту, яка обмежує причинне майбутнє (Hawking, & Ellis, 1973) області під горизонтом, включно з околom сингулярності простору-часу. Сингулярність в центрі сферично-симетричної чорної діри є елементом розв'язку Шварцшильда, який визначає гравітаційне поле та рух частинок, зокрема і за горизонтом. Але жодні зміни метрики під горизонтом, у тому числі, в околі сингулярності, або якісь події під горизонтом не можуть впливати в ЗТВ на стан зовнішнього спостерігача; для нього область під горизонтом є невидимою. Натомість, за визначенням, область поблизу ГС може впливати на зовнішнього спостерігача.

Відомо, що певні умови (напр., за колапсу) обов'язково призводять до утворення сингулярностей (Penrose, 1965; Hawking, & Penrose, 1970; Hawking, & Ellis, 1973), але питання полягає в тому, чи буде сингулярність прихована під горизонтом (кінцевий продукт – ЧД), чи вона буде голою. Формально, існують розв'язки рівнянь Айнштайна, що містять ГС, які можуть містити значну кількість вільних параметрів (див., напр., Parnovskii, 1985; 1991). Чи може "звичайна"

матерія колапсувати в ГС? З одного боку, не так легко сказати, що таке "звичайна матерія", адже в релятивістських об'єктах маємо справу з надвисокими густинами енергії. Строго кажучи, це вимагає додаткових підтверджень ЗТВ у випадку сильної гравітації. Нині є чіткі свідчення щодо існування надмасивних тіл в активних ядрах галактик і компактних тіл зоряної маси в нашій Галактиці. Переважна більшість дослідників сходиться в тому, що ці об'єкти є чорними дірами, але насправді немає прямих спостережних доказів того, що вони мають горизонт подій.

Якщо ГС існують, це призводить до багатьох проблем, які досі не вирішені. На думку деяких учених за наявності ГС може порушуватися причинність. Насправді це так лише для частини ГС, в околі яких є замкнені часоподібні криві. Тим не менш, наявність сингулярності є неприемністю для будь-якої теорії, особливо нелінійної, оскільки це заважає розв'язувати еволюційні рівняння, тобто передбачати майбутнє. Тому Роджер Пенроуз (Penrose, 1965; 1969) запропонував гіпотезу "космічної цензури" (Cosmic Censorship) – що ГС не можуть бути створені жодним фізичним процесом. Вперше пов'язані із цим ідеї обговорено в його впливовій роботі (Penrose, 1965). Хоча сам термін "космічна цензура" у цій статті відсутній; він виник у подальших обговореннях і з'явився пізніше (Penrose, 1969). Гіпотеза "космічної цензури" нині не є ані доведеною, ані відкинutoю. Навпаки, є контрприклад, коли ГС утворюється (Roberts, 1989; Christodoulou, 1984; Ori, & Piran, 1987; Joshi, & Dwivedi, 1993). Залишається, однак, питання, наскільки реалістичними є умови, за яких ці приклади працюють. Водночас варто нагадати, що ми живемо у Всесвіті, який з погляду класичної (тобто неквантової) ЗТВ виник із просторовоподібної сингулярності, і результати Великого вибуху ми маємо нагоду спостерігати.

Відповідно до "слабкого" варіанта гіпотези космічної цензури, в реальному Всесвіті відсутні ГС, які може бачити віддалений спостерігач. Сильний варіант космічної цензури "бере бика за роги" і постулює, що загальна теорія відносності має бути детерміністською теорією і повинна однозначно визначати динаміку будь-якої гравітаційної системи. У багатьох роботах обговорено таку можливість навіть за наявності ГС (Wald, 1980; Ishibashi, & Hosoya, 1999; Ishibashi, & Wald, 2003). Отже, наявність чи відсутність відповідних типів сингулярностей у природі пов'язують із можливістю коректної постановки початкової задачі для рівнянь Айнштайна. Інший підхід до проблеми ГС пов'язаний із стійкістю. Припустимо, що ГС утворилася, несуттєво, чи в результаті колапсу, чи вона існувала з початку розширення Всесвіту. Але якщо розв'язок, що описує ГС, є нестійким, то така конфігурація є нефізичною і не може існувати, оскільки буде руйнуватися малими збуреннями. Це питання обговоримо нижче.

4. ГС у статичних сферично-симетричних системах із скалярним полем

4.1. Асимптотичні властивості та єдиність розв'язку

Аналітичний сферично-симетричний розв'язок рівнянь Айнштайна із скалярним полем вперше отримано Фішером (Fisher, 1948); його було перевірено через 20 років у роботі (Janis, Newman, & Winicour, 1968) в інших координатах. Розв'язок описує ізольовану статичну систему з асимптотично-плоскою метрикою простору-часу. За $\varphi = 0$ розв'язок зводиться до відомого розв'язку Шварцшильда, але за наявності будь-якого скалярного поля $\varphi \neq 0$ виникає сингулярність, яку не можна знищити координатним перетворенням, причому час поширення сигналів по радіусу від неї до віддаленого спостерігача є скінченним. Така конфігурація із скалярним полем не є чорною дірою. Це само по собі ще не означає наявності значущих спостережуваних ефектів у русі речовини, що оточує сингулярність. Зокрема, за малих скалярних зарядів розподіл стійких колових орбіт для метрики Фішера практично збігається з аналогічним розподілом у полі чорної діри Шварцшильда.

Тут варто пояснити, що, коли йдеться про скалярний заряд, ми маємо на увазі деякий параметр, який характеризує асимптотику СП на нескінченності. Вона відрізняється залежно від поведінки $W(\varphi)$ в околі мінімуму. А саме, в області слабого СП (в околі нуля) для потенціалу $W(\varphi) \approx \frac{1}{2}\mu^2\varphi^2$ маємо асимптотику $\varphi(r) \approx Q \exp(-\mu r) r^{-(1+\mu r/2)}$ на нескінченності;

для $V(\varphi) = V_0\varphi^{2n}$ ($n > 2$) в околі нуля маємо $\varphi(r) = Q/r$ на нескінченності. В обох випадках ми називаємо для стислості скалярним зарядом величину Q , яка визначає силу скалярного поля на великих відстанях від системи.

Можна показати, що, для заданого потенціалу СП, маса системи M і скалярний заряд Q однозначно визначають статичний сферично-симетричний розв'язок рівнянь Айнштайна та рівнянь скалярного поля в області, де немає інших полів, незважаючи на те, яка може бути структура центрального тіла. Це важливо зазначити, оскільки статична сферично-симетрична конфігурація із СП описується звичайними диференціальними рівняннями сукупно четвертого порядку, тобто типовий розв'язок залежить від чотирьох констант. Зменшення кількості вільних параметрів у нашому випадку пов'язано з умовами асимптотичної площинності. Для степеневого потенціалу це довели Stashko, Zhdanov, Alexandrov (2021); для масивного СП це впливає з аналогічних результатів, які отримали Zhdanov, Stashko, & Shtanov (2024) для рівнянь $f(R)$ -гравітації в системі Айнштайна. Далі ми обговорюємо такі розв'язки для випадку скалярного вакууму, тобто вважаємо, що в системі є лише гравітаційне поле СП. У випадку $f(R)$ -гравітації це означає, що ми маємо справу із суто гравітаційною структурою.

4.2. Відсутність сферичних сингулярностей і центральні ГС у нелінійних системах

За розгляду скалярних полів у сферично-симетричних системах сингулярності виникають у центрі¹, тоді як виникненням сингулярностей за ненульових значень радіальної змінної r зазвичай не приділяють достатньо уваги. Але питання глобальної поведінки для нелінійних рівнянь неочевидне і перед тим, як робити чисельні моделювання, його варто аналізувати. Виявляється (Zhdanov, & Stashko, 2020), що вже у випадку зі степеневим потенціалом СП у плоскому просторі принаймні для деякого вибору умов на нескінченності матимемо "сферичну" ГС для $r > 0$. Можна навести інші подібні приклади з нелінійним СП у плоскому просторі, які свідчать, що розв'язок хвильового рівняння для СП може мати сферичні сингулярності, якщо потенціал скалярного поля є "досить сильно нелінійним". Водночас у випадку степеневих потенціалів СП взаємодія з гравітацією пригнічує сферичні сингулярності, хоча ГС у центрі

¹ Центром статичної сферично-симетричної конфігурації називають початок координат кривин.

залишаються. Це доведено у роботі (Zhdanov, & Stashko, 2020) для досить широкого класу потенціалів СП, зокрема і для експоненційно обмежених. Однак, якщо зняти умову експоненційної обмеженості, сферичні сингулярності виявляються можливими, про що свідчать приклади, наведені в роботі (Stashko, & Zhdanov, 2021).

Відсутність сферичних сингулярностей не означає відсутності ГС у центрі; навпаки, ця обставина є типовою за наявності ненульового СП (одного чи декількох). Це повністю узгоджується з відомими теоремами про відсутність скалярного волосся ("no hair theorems") у чорних дір, вперше розглянутих Бекенштейном (Bekenstein, 1972a; 1972b), які пізніше аналізували й узагальнювали інші автори. У загальному випадку "волоссям" незарядженої чорної діри (у системі спокою) називають складові гравітаційного поля, що відповідають за додаткові інтегральні характеристики, крім маси та кутового моменту. В теоріях із скалярним полем відсутність "волосся" означає відсутність нетривіального регулярного скалярного поля в околі чорної діри. Строго кажучи, цей висновок залежить від вибору взаємодії скалярного та гравітаційного полів. Наприклад, Zloshchastiev (2005) наводить приклад чорної діри з ненульовим скалярним полем, але потенціал цього поля є необмеженим знизу.

Чи суперечать теореми про відсутність "волосся" співіснуванню космологічного скалярного поля та чорних дір узагалі для "більш фізичних" потенціалів? Очевидно, ні. По-перше, відсутність регулярного СП на горизонті може означати просто, що в процесі колапсу це поле випромінюється і спадає до нуля. По-друге, результат про відсутність "волосся" отримують за певних припущень про ізолюваність системи, що розглядається, про стаціонарність та асимптотичні властивості, які в реальному Всесвіті, строго кажучи, не виконуються.

4.3. Структура та зображення тонких акреційних дисків

Структура тонких акреційних дисків у моделі Пейджа – Торна (Page, & Thorne, 1974) визначається розподілами стійких колових орбіт. За певних параметрів голої сингулярності цей розподіл має кільцеву будову: він може складатися з кількох кілець; також тут можливі колові орбіти, які проходять як завгодно близько від ГС. Кількість кілець залежить, взагалі кажучи, від скалярного заряду. Ці ефекти розглянуто у багатьох моделях (див., напр., Nyat, Jutta, & Deeshani, 2024; Fathi, & Cruz, 2023 та огляди в цих роботах). Важливо зазначити, що наявність незв'язних областей акреційного диска має топологічний характер, тому можна сподіватися, що така структура може зберігатися й у реальнішому випадку за наявності ефектів турбулентності, тиску та магнітних полів. У будь-якому разі, наявність незв'язних областей свідчила б про відхилення від стандартної моделі ЧД, де незв'язних областей у розподілах колових орбіт немає. Гравітаційне поле ГС спотворює зображення акреційного диска аналогічно випадку ЧД, але із суттєвими відмінностями, які можна буде використовувати для ідентифікації моделі за достатньої роздільної здатності. Така ситуація є типовою, наприклад, у конфігураціях із скалярним полем у випадку степеневого потенціалу (Stashko, & Zhdanov, 2021; Stashko, & Zhdanov, 2022).

4.4. Стійкість конфігурацій із ГС

Стійкість конфігурації є одним з основних критеріїв життєздатності моделі, що її описує. Для чорних дір питання стійкості вивчені досить добре; необхідну бібліографію можна знайти в книзі Чандрасекара (Chandrasekhar, 1983). Стандартний підхід включає розгляд лінеаризованих рівнянь Айнштайна для збурень певного типу. Після відокремлення часової залежності $\sim \exp(-i\omega t)$ або еквівалентного перетворення Фур'є ці рівняння зводяться до одного базового рівняння (типу рівняння Шредінгера), розв'язок якого дозволяє визначити всі необхідні компоненти збурення. Для звичайних чорних дір ефективний потенціал зазначеного рівняння виявляється додатно визначеним, що значно полегшує дослідження.

У випадку сферично-симетричних систем із скалярним полем, що містять ГС, для монопольних (радіальних) збурень також можна отримати шредінгероподібне рівняння, але ефективний потенціал виявляється необмеженим знизу. Для таких систем питання стійкості розглядали Clayton, Demopoulos, & Legare (1998), Gibbons, Hartnoll, & Ishibashi (2005); деякі результати для степеневого потенціалу СП анонсовано в доповіді (Tugay et al., 2024). Дослідження на стійкість тут виконано за допомогою числових методів; подібно до (Zhdanov, Stashko, & Shtanov, 2024) знайдено області нестійкості відносно монопольних збурень для обмежених значень конфігураційних параметрів статичних сферично-симетричних систем у $f(R)$ -гравітації. Для аксальних мод ефективний потенціал виявляється додатним, відсутність нестійких мод впливає із загальних міркувань (див., напр., Stashko, Savchuk, & Zhdanov, 2024). На основі цих робіт можна зробити припущення про спільні риси широкого класу сферично-симетричних систем, де лінійна нестійкість відносно радіальних (сферично-симетричних або монопольних) збурень справджується для відносно невеликих значень скалярного заряду. Незважаючи на низку питань математичного характеру щодо правомірності висновків за лінійним наближенням, можна досить впевнено сказати, що лінійна нестійкість свідчить і про загальну нестійкість конфігурації в обмеженій області параметрів. Це можна розглядати як підтвердження гіпотези космічної цензури. Натомість, поза межами цієї області відсутність нестійких радіальних мод ще не означає стійкості (хоча деякий натяк на це є); тут для повного розгляду необхідний, як мінімум, складніший аналіз полярних мод.

Дискусія і висновки

На підставі проведеного аналізу можна припустити, що результати, описані в пунктах 4.1–4.4, мають досить загальний характер для статичних сферично-симетричних систем із скалярними полями та голими сингулярностями. Висновки з пунктів 4.1–4.3 про якісні властивості розв'язків і наявність кільцевих структур в акреційних дисках видаються досить надійними. Натомість результати щодо нестійкості, отримані в результаті чисельного моделювання, вимагають додаткових досліджень. З одного боку маємо висновки про нестійкість певних типів ГС для обмеженої області параметрів, але поза її межами строгий розгляд задач відсутній.

Автор далекий від того, щоб вважати моделі астрофізичних об'єктів із ГС найреалістичнішими. Проблема полягає в тому, щоб дати строгі теоретичні аргументи щодо неадекватності (а може і справедливості) подібних моделей.

Джерела фінансування. Роботу виконано за рахунок часткового фінансування в межах держбюджетної теми № 24БФ023-01.

Список використаних джерел

- Парновский, С. Л. (1985). Тип и структура времениподобных сингулярностей в общей теории относительности: от гамма-метрики к общему решению. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 88, 1921–1937.
- Парновский, С. Л. (1991). Гравитационное поле вращающихся тел. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 100, 1423–1437.
- Фишер, И. З. (1948). Скалярное мезостатическое поле с учетом гравитационных эффектов. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 18, 636–640.
- Bekenstein, J. D. (1972a). Transcendence of the law of baryon-number conservation in black-hole physics. *Physical Review Letters*, 28, 452–455.
- Bekenstein, J. D. (1972b). Nonexistence of Baryon Number for Static Black Holes. *Physical Review*, D 5, 1239–1246.
- Chandrasekhar, S. (1983). *The Mathematical Theory of Black Holes*. Oxford University Press.
- Christodoulou, D. (1984). Violation of cosmic censorship in the gravitational collapse of a dust cloud. *Communications in Mathematical Physics*, 93, 171–195.
- Clayton, M. A., Demopoulos, L., & Legare, J. (1998). The dynamical stability of the static real scalar field solutions to the Einstein-Klein-Gordon equations revisited. *Physics Letters*, A248, 131–138.
- Event Horizon Telescope Collaboration. (2019). First M87 Event Horizon Telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters*, L1, 875.
- Fathi, M., & Cruz, N. (2023). Observational signatures of a static $f(R)$ black hole with thin accretion disk. *Eur. European Physical Journal*, C 83, 1160.
- Geroch, R. (1970). Multipole Moments. II. Curved Space. *Journal of Mathematical Physics*, 11, 2580. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1665427>
- Gibbons, G. W., Hartnoll, S. A., & Ishibashi, A. (2005). On the Stability of Naked Singularities with Negative Mass. *Progress in Theoretical Physics*, 113(5), 963–978.
- Gursel, Y. (1983). Multipole moments for stationary systems: The equivalence of the Geroch-Hansen formulation and the Thorne formulation. *General Relativity and Gravitation*, 15, 737–754.
- Hansen, R. O. (1974). Multipole moments of stationary space-times. *Journal of Mathematical Physics*, 15(1), 46–52.
- Hawking, S. W., & Penrose, R. (1970). The Singularities of Gravitational Collapse and Cosmology. *Proceedings of the Royal Society of London*, A314, 529–548.
- Hawking, S. W., & Ellis, G. F. R. (1973). *The large-scale structure of space-time*. Cambridge University Press.
- Hyat, H., Jutta, K., & Deeshani, M. (2024). Shadow images of compact objects in beyond Horndeski theory. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 05(007), 23.
- Ishibashi, A., & Hosoya, A. (1999). Who's afraid of naked singularities? Probing timelike singularities with finite energy waves. *Physical Review*, D 60, 104028.
- Ishibashi, A., & Wald R. M. (2003). Dynamics in non-globally-hyperbolic static spacetimes: II. General analysis of prescriptions for dynamics. *Classical and Quantum Gravity*, 20, 3815–3826.
- Janis, A. I., Newman, E. T., & Winicour, J. (1968). Reality of the schwarzschild singularity. *Physical Review Letters*, 20, 878–880.
- Joshi, P. S., & Dwivedi, I. H. (1993). Naked singularities in spherically symmetric inhomogeneous Tolman-Bondi dust cloud collapse. *Physical Review*, D 47, 5357.
- Ori, A., & Piran, T. (1987). Naked singularities in self-similar spherical gravitational collapse. *Physical Review Letters*, 59, 2137.
- Page, D. N., & Thorne, K. S. (1974). Disk Accretion onto a Black Hole. *Astrophysical Journal*, 191, 499.
- Penrose, R. (1965). Gravitational collapse and space- time singularities. *Physical Review Letters*, 14(3), 57–59.
- Penrose, R. (1969). Gravitational collapse: The role of general relativity. *Rivista del Nuovo Cimento*, 1, 252–276. Reprinted in: *General Relativity and Gravitation*, (2002), 34, 1141–1165.
- Roberts, M. D. (1989). Scalar Field Counterexamples to the Cosmic Censorship Hypothesis. *General Relativity and Gravitation*, 21, 907–939.
- Stashko, O. S., Savchuk, O. V., & Zhdanov, V. I. (2024). Quasinormal modes of naked singularities in presence of nonlinear scalar fields. *Physical Review*, D 109, 024012.
- Stashko, O. S., & Zhdanov, V. I. (2021). Singularities in Static Spherically Symmetric Configurations of General Relativity with Strongly Nonlinear Scalar Fields. *Galaxies*, 9, id. 72.
- Stashko, O. S., & Zhdanov, V. I. (2022). Circular orbits of test particles interacting with massless linear scalar field of the naked singularity. *Physical Review*, D 106, 104049.
- Stashko, O. S., Zhdanov, V. I., & Alexandrov, A. N. (2021). Thin accretion discs around spherically symmetric configurations with nonlinear scalar fields. *Physical Review*, D 104, 104055.
- Thorne, K. S. (1980). Multipole Expansions of Gravitational Radiation. *Reviews of Modern Physics*, 52, 299–339.
- Tugay, A. V., Zhdanov, V. I., & Taistra, Yu. V. (2024). Instability of naked singularities generated by scalar fields: the case of the power-law potentials. *International Conference "Current Problems in Astronomy and Astrophysics"*, Lviv, September 23–26, 84.
- Wald, R. M. (1980). Dynamics in non-globally hyperbolic, static space-times. *Journal of Mathematical Physics*, 21(12), 2802–2805.
- Will, C. M. (2014). *The confrontation between General Relativity and Experiment*. *Living Reviews in Relativity*, 17(4). CNJH.
- Zhdanov, V. I., & Stashko, O. S. (2020). Static spherically symmetric configurations with N nonlinear scalar fields: Global and asymptotic properties. *Physical Review*, D 101, id. 064064.
- Zhdanov, V. I., Stashko, O. S., & Shtanov, Yu. V. (2024). Spherically symmetric configurations in the quadratic $f(R)$ gravity. *Physical Review*, D 110, 024056.
- Zlochchastiev, K. G. (2005). Coexistence of black holes and a long-range scalar field in cosmology. *Physical Review Letters*, 94, 121101.

References

- Bekenstein, J. D. (1972a). Transcendence of the law of baryon-number conservation in black-hole physics. *Physical Review Letters*, 28, 452–455.
- Bekenstein, J. D. (1972b). Nonexistence of Baryon Number for Static Black Holes. *Physical Review*, D 5, 1239–1246.
- Chandrasekhar, S. (1983). *The Mathematical Theory of Black Holes*. Oxford University Press.
- Christodoulou, D. (1984). Violation of cosmic censorship in the gravitational collapse of a dust cloud. *Communications in Mathematical Physics*, 93, 171–195.
- Clayton, M. A., Demopoulos, L., & Legare, J. (1998). The dynamical stability of the static real scalar field solutions to the Einstein-Klein-Gordon equations revisited. *Physics Letters*, A248, 131–138.
- Event Horizon Telescope Collaboration. (2019). First M87 Event Horizon Telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters*, L1, 875.
- Fathi, M., & Cruz, N. (2023). Observational signatures of a static $f(R)$ black hole with thin accretion disk. *Eur. European Physical Journal*, C 83, 1160.
- Fisher, I. Z. (1948). Scalar mesostatic field with regard for gravitational effects. *Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki*, 18, 636–640 [in Russian].
- Geroch, R. (1970). Multipole Moments. II. Curved Space. *Journal of Mathematical Physics*, 11, 2580. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1665427>
- Gibbons, G. W., Hartnoll, S. A., & Ishibashi, A. (2005). On the Stability of Naked Singularities with Negative Mass. *Progress in Theoretical Physics*, 113(5), 963–978.
- Gursel, Y. (1983). Multipole moments for stationary systems: The equivalence of the Geroch-Hansen formulation and the Thorne formulation. *General Relativity and Gravitation*, 15, 737–754.
- Hansen, R. O. (1974). Multipole moments of stationary space-times. *Journal of Mathematical Physics*, 15(1), 46–52.
- Hawking, S. W., & Penrose, R. (1970). The Singularities of Gravitational Collapse and Cosmology. *Proceedings of the Royal Society of London*, A314, 529–548.
- Hawking, S. W., & Ellis, G. F. R. (1973). *The large-scale structure of space-time*. Cambridge University Press.
- Hyat, H., Jutta, K., & Deeshani, M. (2024). Shadow images of compact objects in beyond Horndeski theory. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 05(007), 23.
- Ishibashi, A., & Hosoya, A. (1999). Who's afraid of naked singularities? Probing timelike singularities with finite energy waves. *Physical Review*, D 60, 104028.
- Ishibashi, A., & Wald R. M. (2003). Dynamics in non-globally-hyperbolic static spacetimes: II. General analysis of prescriptions for dynamics. *Classical and Quantum Gravity*, 20, 3815–3826.
- Janis, A. I., Newman, E. T., & Winicour, J. (1968). Reality of the schwarzschild singularity. *Physical Review Letters*, 20, 878–880.
- Joshi, P. S., & Dwivedi, I. H. (1993). Naked singularities in spherically symmetric inhomogeneous Tolman-Bondi dust cloud collapse. *Physical Review*, D 47, 5357.
- Ori, A., & Piran, T. (1987). Naked singularities in self-similar spherical gravitational collapse. *Physical Review Letters*, 59, 2137.
- Page, D. N., & Thorne, K. S. (1974). Disk Accretion onto a Black Hole. *Astrophysical Journal*, 191, 499.
- Parnovskii, S. L. (1985). Type and structure of timelike singularities in the general theory of relativity: from the gamma metric to the general solution. *Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki*, 88, 1921–1937 [in Russian].
- Parnovskii, S. L. (1991). Gravitational field of rotating bodies. *Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki*, 100, 1423–1437 [in Russian].
- Penrose, R. (1965). Gravitational collapse and space- time singularities. *Physical Review Letters*, 14(3), 57–59.
- Penrose, R. (1969). Gravitational collapse: The role of general relativity. *Rivista del Nuovo Cimento*, 1, 252–276. Reprinted in: *General Relativity and Gravitation*, (2002), 34, 1141–1165.
- Roberts, M. D. (1989). Scalar Field Counterexamples to the Cosmic Censorship Hypothesis. *General Relativity and Gravitation*, 21, 907–939.
- Stashko, O. S., Savchuk, O. V., & Zhdanov, V. I. (2024). Quasinormal modes of naked singularities in presence of nonlinear scalar fields. *Physical Review*, D 109, 024012.

- Stashko, O. S., & Zhdanov, V. I. (2021). Singularities in Static Spherically Symmetric Configurations of General Relativity with Strongly Nonlinear Scalar Fields. *Galaxies*, 9, id. 72.
- Stashko, O. S., & Zhdanov, V. I. (2022). Circular orbits of test particles interacting with massless linear scalar field of the naked singularity. *Physical Review*, D 106, 104049.
- Stashko, O. S., Zhdanov, V. I., & Alexandrov, A. N. (2021). Thin accretion discs around spherically symmetric configurations with nonlinear scalar fields. *Physical Review*, D 104, 104055.
- Thorne, K. S. (1980). Multipole Expansions of Gravitational Radiation. *Reviews of Modern Physics*, 52, 299–339.
- Tugay, A. V., Zhdanov, V. I., & Taistra, Yu. V. (2024). Instability of naked singularities generated by scalar fields: the case of the power-law potentials. *International Conference "Current Problems in Astronomy and Astrophysics"*; Lviv, September 23–26, 84.
- Wald, R. M. (1980). Dynamics in non-globally hyperbolic, static space-times. *Journal of Mathematical Physics*, 21(12), 2802–2805.
- Will, C. M. (2014). *The confrontation between General Relativity and Experiment*. *Living Reviews in Relativity*, 17(4). CNJH.
- Zhdanov, V. I., & Stashko, O. S. (2020). Static spherically symmetric configurations with N nonlinear scalar fields: Global and asymptotic properties. *Physical Review*, D 101, id. 064064.
- Zhdanov, V.I., Stashko, O.S., & Shtanov, Yu.V. (2024). Spherically symmetric configurations in the quadratic $f(R)$ gravity. *Physical Review*, D 110, 024056.
- Zloshchastiev, K. G. (2005). Coexistence of black holes and a long-range scalar field in cosmology. *Physical Review Letters*, 94, 121101.

Отримано редакцією журналу / Received: 09.10.24

Прорецензовано / Revised: 25.10.24

Схвалено до друку / Accepted: 06.12.24

Valery ZHDANOV, DSc (Phys. & Math.), Prof.
 ORCID ID: 0000-0003-3690-483X
 e-mail: Valery.Zhdanov@knu.ua
 Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

RELATIVISTIC SPHERICALLY SYMMETRIC ASTROPHYSICAL OBJECTS WITH SCALAR FIELDS

The interest in "exotic" models of astrophysical compact objects is due to breakthrough observational possibilities that have appeared in the last few years. At present, there are already dozens of gravitational wave detection events from the black holes mergers. The prospects of a long-wave gravitational detector in space are also inspiring. The study of "shadows" of supermassive black holes using the global interferometric system "event horizon telescope" is of considerable interest. Traditional X-ray studies of accretion disks around black holes also provide valuable information. New observational possibilities stimulate theoretical works that analyze the possibilities of applying "exotic" models to describe relativistic stars and black holes. According to outstanding theorists C. Mizner, K. Thorne and J. Wheeler, the relevance of such works is also related to the fact that "there must be something to compare Einstein's theory with and show its advantages in a more contrasting way." However, the general theory of relativity (GRT) has its internal problems and limits of application, and this stimulates studies of the gravitational-relativistic effects in the framework of alternative theories of gravity. Note that there are observational facts (problems of flatness, horizon, etc.) that have no explanation within the framework of the Standard Cosmological Model based on the GRT. They find a solution in the assumption of an inflationary expansion of the early universe, which requires either modifying the GRT or supplementing the Standard Model with additional types of interactions. In these additions, a typical element of consideration is a scalar field. The presence of a scalar field in a static system leads, as a rule, to the appearance of naked singularities (NS). The presence of NS is a challenge for GRT and its ability to predict the future. That is why R. Penrose proposed the well-known hypothesis of "cosmic censorship", according to which NSs do not exist in the real universe. This hypothesis is quite popular, but its rigorous proof or disproof still does not exist. Instead, NSs (if they exist) could be ideal laboratories for testing fundamental interactions under extreme conditions, since in the vicinity of NSs the curvature invariants should reach Planck values. This review examines models of astrophysical configurations with non-linear minimally coupled scalar fields that can simulate ordinary black holes. The main attention is paid to static spherically symmetric systems with asymptotically flat space-time. A necessary element of such consideration are NSs arising in the case of common scalar-field potentials. The hypothesis of cosmic censorship, spherical singularities and problems of stability with respect to linear perturbations are discussed.

Keywords: *relativistic objects, black hole mimickers, naked singularities, modified gravity.*

Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів. Спонсори не брали участі в розробленні дослідження; у зборі, аналізі чи інтерпретації даних; у написанні рукопису; в рішенні про публікацію результатів.

The author declares no conflicts of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses or interpretation of data; in the writing of the manuscript; or in the decision to publish the results.