

УДК 539.3

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2020/1-2.9>

Ващіліна О. В.¹, к. ф.-м. н., доц.,
Лебедева І.В.¹, к. ф.-м. н., доц.

O. V. Vashchilina¹, Ph.D. (Phys.-Math.), As.Prof.,
I. V. Lebedyeva¹, Ph.D. (Phys.-Math.), As.Prof.

Деякі особливості руху елементів бурильних установок

Some peculiarities of the drilling rigs elements movement

¹ Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 04116, м. Київ, вул. Б. Гаврилишина, 24, e-mail: vashchilina@ukr.net.

¹ Taras Shevchenko National University of Kyiv, 04116, Kyiv, Bohdan Hawrylyshyn str. 24, e-mail: vashchilina@ukr.net.

У даній статті досліджується процес кружляння бурильного долота на шорсткуватій площині дна свердловини. Застосовано неголономні кінематичні моделі механічної взаємодії контактуючих тіл з недосконалостями на початковій стадії самозбурення системи. На основі результатів експериментальних досліджень вважається, що одним з основних чинників, що впливає на коливання кружляння, є геометрія долота. Припускається, що бурильне долото є абсолютно твердим тілом еліпсоїдальної форми, нижня поверхня свердловини вважається плоскою. Коливання, що виникають, пов'язані зі спонтанними згинними деформаціями бурильної колони, які супроводжуються безвідривним контактом долота і породи. Отримано рівняння руху долота в лінійному наближенні. Здійснено аналіз розв'язку лінеаризованих рівнянь, з якого знайдено частоти виникаючих періодичних рухів. Проаналізовано форми коливань за різних геометричних параметрів еліпсоїдального долота. Показано, що долото може обертатися у зворотному напрямі, кружляючи з кутовими швидкостями, які перевищують частоту обертання бурильної колони. Результати досліджень можуть бути застосовані в розробках бурильних установок нових типів.

Ключові слова: глибоке буріння, долото еліпсоїдальної форми, неголономна динаміка, пряме та зворотне кружляння.

This paper deals with investigation of the process of drill bit whirling on the rough plane of the well bottom. Nonholonomic kinematic models of the mechanical interaction of contacting bodies with defects at the initial stage of system self-excitation are applied. On the basis of the results of experimental studies, it is believed that one of the main factors influencing on the whirling vibrations is the geometry of the bit. The bit is considered to be an absolutely rigid ellipsoidal body, the well bottom surface is supposed to be a plane. The resulting oscillations are associated with spontaneous bending deformations of the drill string, which are accompanied by continuous contact of the bit and the rock. The equations of motion of the bit in the linear approximation are obtained. The analysis of the solution of the linearized equations is carried out, and the frequencies of the arising periodic motions are found. The forms of oscillations under different geometrical parameters of an ellipsoidal bit are analyzed. It is shown that the bit can rotate in backward direction, moving at angular velocities that exceed the angular frequency of the drill string. The research results can be used in the development of new types of drilling rigs.

Key Words: deep drilling, ellipsoidal bits, nonholonomic dynamics, forward and backward whirling.

Статтю представив д. ф.-м. н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

У практиці глибокого буріння нафтових та газових свердловин добре відомий деструктивний вплив коливань кружляння на бурильні колони і долота [1-4]. У залежності від напрямку обертального руху розрізняють прямі та зворотні кружляння. При цьому в оберненому напрямі кружляння швидкість обертання може досягати частоти у діапазоні від 5 до 30 разів

більшої від швидкості обертання самої колони. Такі швидкості роблять ефект коливання кружляння особливо руйнівним. Згідно з практичними дослідженнями, основним фактором, що впливає на коливання кружляння є геометрія долота. У роботах авторів [5, 6] аналізується випадок кружляння сферичного долота на сферичній поверхні шорсткого дна глибокої бурильної свердловини. У даній роботі розглянуто інший варіант задачі про кочення

долота по дну свердловини, який дозволяє моделювати її аналітичними методами, пов'язаний з малими коливаннями кружляння еліпсоїдального долота на плоскому дні свердловини.

2. Постановка задачі

Розглянемо випадок, коли долото з півосями c і d відхиляється від свого вертикального стану і починає котитися по нижній площині π , не торкаючись стінки свердловини (рис. 1).

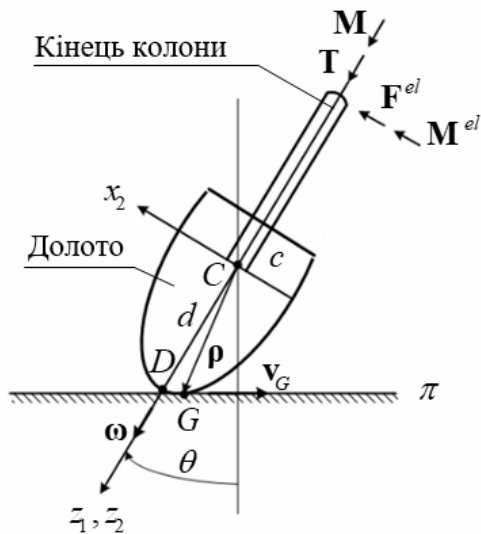


Рис 1. Кружляння еліпсоїдального долота на шорсткуватій площині

Нелінійні неголономні рівняння кочення еліпсоїдального долота по площині π виведені у роботі [2], виходячи з умови $\mathbf{v} = 0$. Вони представлені у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{u} - \omega v + \dot{u}' \sqrt{c^2 \sin^2 \theta + d^2 \cos^2 \theta} + \\ + \omega \frac{(d^2 - c^2) \sin \theta_x \cos \theta_x}{\sqrt{c^2 \sin^2 \theta_x + d^2 \cos^2 \theta_x}} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{v} + \omega u + \dot{v}' \sqrt{c^2 \sin^2 \theta + d^2 \cos^2 \theta} + \\ + \omega \frac{(d^2 - c^2) \sin \theta_y \cos \theta_y}{\sqrt{c^2 \sin^2 \theta_y + d^2 \cos^2 \theta_y}} = 0 \end{aligned}$$

де $\theta = \sqrt{(u')^2 + (v')^2}$; u, v - малі поперечні пружні зміщеннями центра C долота, орієнтовані паралельно осям Ox, Oy відповідно.

Рівняння рівноваги моментів, прикладених до долота, мають вигляд [4]:

$$EI \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + EI \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} \rho_z + T \rho_y = 0, \quad (2)$$

$$-EI \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - EI \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} \rho_z - T \rho_x = 0.$$

Тут ρ_x, ρ_y, ρ_z є компонентами вектора ρ , який з'єднує точку C з точкою G (рис. 1).

Візьмемо до уваги, що переміщення u і v малі, тоді $\theta_x \approx -v', \theta_y \approx u', \sin \theta_x \approx -v', \cos \theta_x \approx 1$, і рівняння (1), (2) можна переписати у лінеаризованій формі:

$$\begin{aligned} \dot{u} + d \cdot \dot{u}' - \omega v + \omega \frac{d^2 - c^2}{d} v' = 0, \\ \dot{v} + d \cdot \dot{v}' + \omega u + \omega \frac{d^2 - c^2}{d} u' = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (g^{(1)} - h^{(1)} d) u + \left(-g + hd + \frac{T}{EI} \frac{d^2 - c^2}{d} \right) u' = 0, \\ (g^{(1)} - h^{(1)} d) v + \left(-g + hd + \frac{T}{EI} \frac{d^2 - c^2}{d} \right) v' = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Ця система лінійних рівнянь має сталі коефіцієнти, тому з рівнянь (4) випливає:

$$u' = tu, \quad v' = tv, \quad (5)$$

де величина t дорівнює:

$$m = - \frac{(g^{(1)} - h^{(1)} d)}{\left(-g + hd + \frac{T}{EI} \frac{d^2 - c^2}{d} \right)}, \quad (6)$$

Тому,

$$p = \frac{\left[1 + \frac{m(d^2 - c^2)}{d} \right]}{1 + md}. \quad (7)$$

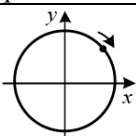
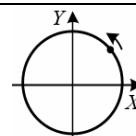
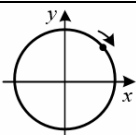
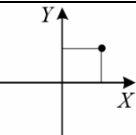
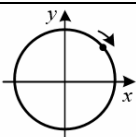
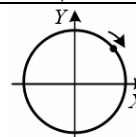
Отже, рух долота у системі відліку $Oxyz$, що обертається, визначається рівностями

$$\begin{aligned} u(t) = C_1 \sin \omega p t + C_2 \cos \omega p t, \\ v(t) = C_2 \sin \omega p t - C_1 \cos \omega p t, \end{aligned} \quad (8)$$

і підпорядковується рівнянням

$$X(t) = C_1 \sin \omega(p-1)t + C_2 \cos \omega(p-1)t, \quad Y(t) = -C_2 \sin \omega(p-1)t + C_1 \cos \omega(p-1)t. \quad (9)$$

Таблиця 1 – Деякі форми коливань кружляння в залежності від значень частоти p

Номер позиції	Значення параметра p	Тип періодичного руху у системі відліку $Oxyz$, що обертається	Тип руху у фіксованій системі $OXYZ$
5	$0 < p < 1$	$\Omega_1 < \omega$ Зворотне обертання 	$0 < \Omega_2 < \omega$ Пряме кружляння 
6	$p = 1$	$\Omega_1 = \omega$ Зворотне обертання 	$\Omega_2 = 0$ Нерухомий стан 
9	$p > 2$	$\Omega_1 > 2\omega$ Зворотне обертання 	$\Omega_2 > \omega$ Зворотне кружляння 

Режими кружляння, що генеруються, представлені у таблиці, наведеній у статті [6], також можуть бути реалізовані для еліпсоїдальних долот у відповідних умовах, які визначаються параметром p . У таблиці 1 даної статті наведені лише позиції 5, 6 та 9 цієї таблиці. У випадку, що розглядається, найважливішим фактором є співвідношення c/d , яке дозволяє імітувати переходи від продовгуватих еліпсоїдів до сфер, і далі до сплюснених еліпсоїдів. Рис. 2 демонструє взаємозв'язок між значеннями параметра p і співвідношенням c/d для базової версії долота, розглянутої вище.

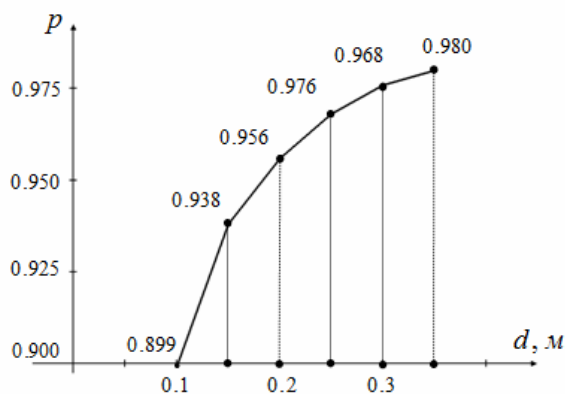


Рис. 2. Залежність параметра p від величини d (випадок $c = 0.1 \text{ м}$)

Так, наприклад, якщо $0.05 \leq c = d \leq 0.25 \text{ м}$ і долото є сферичним, то частотний параметр p наближається до 1 із зменшенням c . Це означає,

що долото переходить у режим прямого кружляння (позиція 5 у таблиці). При цьому, він наближається до стану, коли $p \rightarrow 1$ для малих C , а центр C прямує до нерухомого стану у нерухомій системі координат (позиція 6 у таблиці). Причина цього полягає в тому, що якщо БК з малим долотом трохи відхилиться від початкової осьової лінії і долото відійде від осі обертання, то система може залишатися у цьому відхиленому стані, що призведе до зміни напрямку буріння. Показово, що зазначена ситуація не є рідкісною в бурильній практиці.

Розглянута тенденція зберігається також і для довгастих еліпсоїдальних долот. Наприклад, якщо радіус кривизни у верхній точці еліпсоїда з півосями $c = 0,1 \text{ м}$, $d = 0,3 \text{ м}$ дорівнює $r = 0,0333 \text{ м}$ то динаміку цього долота можна співставити з динамікою сферичного долота радіуса $a = 0,0333 \text{ м}$.

Справді, значення параметра $p = 0.9760$ для еліпсоїдального долота еквівалентне значенню $p = 0.9811$ сферичного долота. Рис 2 ілюструє зміну параметра p із збільшенням d .

Однак ситуація суттєво змінюється, якщо еліпсоїд сплюснений ($c > d$). У цьому випадку вібрація кружляння може набувати різних форм у залежності від співвідношення c/d півосей. Справді, при цьому співвідношення $(d^2 - c^2)/d^2$ у рівнянні (7) стає від'ємним, і параметр p може набувати додатного, нульового або від'ємного значень. Таким чином, згідно з формулою (7) для $c = 0,3 \text{ м}$ і $d = 0,1 \text{ м}$ маємо $p = 0,5308 \pi$. Але

значення p зменшується із збільшенням c/d і воно набуває величини $p \approx 0$ для $c = 0,4$ м і $d = 0,083$ м. Цей результат узгоджується з позицією 4 у таблиці. У цьому випадку в нерухомій системі координат долото виконує обернене кружляння $\Omega_2 = \omega$.

Особливі випадки виникають коли $p > 2$. Тоді може бути реалізована нерівність $\Omega_2 > \omega$ (позиція 9 у таблиці) і долото може обертатися в оберненому напрямі, кружляючи з кутовими швидкостями, які перевищують частоту ω обертання бурильної колони.

3. Висновки.

Отримано рівняння руху долота у лінійному наближенні. Здійснено аналіз розв'язку лінеари-

зованих рівнянь, з якого знайдено частоти періодичних рухів, що виникають.

Проаналізовано форми коливань за різних геометричних параметрів еліпсоїдального долота.

Показано, що долото може обертатися в оберненому напрямі, кружляючи з кутовими швидкостями, які перевищують частоту ω обертання бурильної колони.

За допомогою розроблених методів отримано уявлення про найпростіші періодичні кружляння еліпсоїдальних долот на шорсткуватих плоских днищах свердловин. Можна припустити, що кружляння цих долот на криволінійних поверхнях буде відрізнятися більш складними режимами з різними частотами і складними типами рухів. Однак аналіз таких систем пов'язаний із серйозними труднощами.

References

- Список використаних джерел**
1. Борисов А. В. Избранные задачи неголономной механики / А.В. Борисов, И.С. Мамаев, А.А. Килин. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 290 с.
 2. Гуляев В.И. Моделирование нештатных ситуаций при бурении глубоких скважин / В.И. Гуляев, С.Н. Глазунов, О.В. Глушак ова и др. – Киев : Изд. «Юстон», 2017. – 544 с.
 3. Chen S. L. Field investigation of the effects of stick-slip, lateral, and whirl vibrations on roller-cone bit performance / S. L. Chen, K. Blackwood, E. Lamine // SPE Drilling & Completion. – 2002. – V.17. – P.15 – 20.
 4. Ващіліна О. В. Технічні аспекти проблем глибокого буріння/ О.В. Ващіліна // Вісник Національного транспортного університету. Серія: «Технічні науки», 2017, №1(37), С.42 – 47.
 5. Глазунов С. М. Частотний аналіз періодичних режимів перекочування бурильного долота на шорсткому дні глибокої свердловини / С.М. Глазунов, О.В. Ващіліна, І.В. Лебедева // Вісник КНУ ім. Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки, 2016, №1, С. 41 – 44.
 6. Ващіліна О. В. Моделювання та чисельне дослідження явища самозбурення коливань кружляння бурильного долота/ О.В. Ващіліна, І.В. Лебедева, О.І. Білобрицька // Вісник КНУ ім. Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки, 2019, №1, С. 28 – 33.
 1. BORISOV, A. V., MAMAJEV, I. S. & KILIN A.A. (2005) *Izbrannyye zadachi negolo-nomnoy mekhaniki*. Moskva-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy.
 2. GULYAYEV, V. I., GLAZUNOV, S. N., GLUSHAKOVA, O. V. et al (2017) *Modelirovaniye neshtatnykh situatsiy pri burenii glubokikh skvazhin*. Kiev: Yuston publishing.
 3. CHEN, S.L., BLACKWOOD, K. & LAMI-NE, E. (2002) *Field investigation of the effects of stick-slip, lateral, and whirl vibrations on roller-cone bit performance*. SPE: Drilling & Completion.
 4. VASHCHILINA, O. V. (2017) *Technical aspects of the problems of deep drilling*. Visnyk Natsional'noho transportnoho universytetu. Seriya: «Tekhnichni nauky» – № 1 (37), pp. 42 – 47.
 5. GLAZUNOV, S. M., VASHCHILINA, O. V. & LEBEDYEVA, I. V. (2016) *Frequency analysis of periodic regimes of drill bit rollings on uneven bottom of a deep bore-hole*. Visnyk Kyivivs'koho natsional'noho universytetu imeni Tarasa Shevchenka, Seriya: fizyko-matematychni nauky. №1, pp. 41 – 44.
 6. VASHCHILINA, O. V. , LEBEDYEVA, I. V. & O. I Bilobrytska (2019) *Modeling and numerical research of the self-excitation phenomenon of the drill bit whirlings vibrations*. Visnyk Kyivivs'koho natsional'noho universytetu imeni Tarasa Shevchenka, Seriya: fizyko-matematychni nauky. №1, pp. 28 – 33.

Надійшла до редколегії 15.02.20