

Математичний гурток

УДК 519.21

DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2025/1.10>

Інна ВИШЕНСЬКА, Заслужений вчитель України, Вчитель-методист

ORCID ID: 0009-0009-5564-4245

e-mail: inna.vyshenska@gmail.com

Український фізико-математичний лицей

Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

Світлана КУШНІРЕНКО, Канд. фіз.-мат. наук, Доц.

ORCID ID: 0000-0002-8390-5870

e-mail: svilana\_kushnirenko@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

## ГЕОМЕТРИЧНІ ЙМОВІРНОСТІ

***Анотація.** Геометрична ймовірність є важливим інструментом для аналізу випадкових подій, які явно чи неявно пов'язані з геометричними об'єктами. Багато задач теорії ймовірностей мають геометричну інтерпретацію. Знання елементарних теоретико-ймовірнісних понять та використання засобів шкільної математики дозволяють досить ефективно розв'язувати такі задачі. Стаття містить низку розв'язаних ймовірнісних задач та задачі для самостійного розв'язування, розв'язання яких ґрунтується на формулі геометричної ймовірності. Запропоновані методичні матеріали будуть корисними для формування та засвоєння поняття геометричної ймовірності.*

***Ключові слова:** методика вивчення елементів теорії ймовірностей; геометричні ймовірності; обчислення ймовірностей випадкових подій.*

### 1. Вступ

Сьогодні теорія ймовірностей є незамінним інструментом пізнання навколишнього світу. Важко назвати хоча б одну природничу науку, у якій так чи інакше не застосовуються ймовірнісні методи. Ця надзвичайно цікава і багатогранна наука сповнена численних парадоксів і результатів, що суперечать очікуванням та інтуїції. Водночас вона не проста для вивчення, оскільки поєднує розуміння ймовірнісної проблеми, вибір і застосування відповідного математичного апарату, інтерпретацію отриманих результатів.

Поняття геометричної ймовірності з'являється у випадковому експерименті, який має незліченну кількість рівноможливих елементарних наслідків. Означення геометричної ймовірності пов'язане з випадковими об'єктами, які моделюються геометричними фігурами на прямій, площині, в просторі тощо. Розглянемо це поняття більш детально.

### 2. Поняття геометричної ймовірності

Згадаємо спочатку класичну схему знаходження ймовірностей випадкових подій.

Для випадкового експерименту фіксуємо скінченну множину всіх елементарних наслідків, що є рівноможливими. Така множина  $U$  називається простором елементарних подій даного експерименту. Тоді будь-яка підмножина  $A$  простору елементарних подій ( $A \subset U$ ) є випадковою подією. Ймовірністю випадкової події  $A$  є відношення числа елементарних наслідків, що сприяють появі даної події, до числа всіх елементарних наслідків, тобто

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}. \quad (1)$$

Однак таке означення ймовірності придатне лише для експериментів зі скінченною кількістю рівноможливих елементарних подій. У випадку, коли елементарних наслідків нескінченно багато, формула (1) втрачає зміст. Якщо вдається всій незліченній сукупності рівноможливих елементарних наслідків дати деяку кількісну характеристику  $m(U)$  в мірах довжини, площі, об'єму, часу тощо, а підмножині цієї сукупності, що сприяє появі події  $A$ , – характеристику  $m(A)$  в тих же мірах, тоді ймовірність випадкової події  $A$  визначається формулою:

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(U)}. \quad (2)$$

Означення ймовірності для такого виду експериментів з незліченим простором елементарних подій називають геометричною ймовірністю.

При обчисленні ймовірностей складних подій, що є сумою, різницею чи добутком інших випадкових подій, їх геометричне зображення часто допомагає зрозуміти логіку дій чи операцій над подіями.

Сума випадкових подій  $A + B$ , яка відбувається тоді й лише тоді, коли відбувається принаймні одна з подій  $A$  або  $B$ , є об'єднанням відповідних геометричних образів множин з простору  $U$  ( $A \cup B$ ).

Добутку випадкових подій  $A \cdot B$  (події, яка відбувається тоді й лише тоді, коли відбуваються і подія  $A$ , і подія  $B$ ) відповідає перетин  $A \cap B$  множин  $A$  і  $B$ . Якщо відповідні множини не перетинаються (їх перетином є порожня множина:  $A \cap B = \emptyset$ ), то такі події називаються несумісними. Добутком несумісних подій є неможлива подія:  $A \cdot B = \emptyset$ .

Різниця випадкових подій  $A \setminus B$  – це подія, яка полягає в тому, що відбувається подія  $A$  і не відбувається подія  $B$ .

Кожній випадковій події  $A$  можна поставити у відповідність протилежну подію  $\bar{A}$  (доповнення множини  $A$  до множини  $U$ ), яка відбувається тоді й лише тоді, коли  $A$  не відбувається. При цьому  $A + \bar{A} = U$ ,  $A \cdot \bar{A} = \emptyset$ .

Для обчислення ймовірностей випадкових подій користуємося відомими формулами. Для довільних подій  $A$  і  $B$  ( $A, B \subset U$ ):

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A); \quad (3)$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B). \quad (4)$$

Для несумісних подій  $A$  і  $B$  ( $A \cdot B = \emptyset$ ) формула (4) набуває вигляду

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \quad (5)$$

Узагальненням формули (4) для довільних  $n$  випадкових подій є

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) - P(A_1 \cdot A_2) - \dots - P(A_{n-1} \cdot A_n) + P(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3) + \dots + P(A_{n-2} \cdot A_{n-1} \cdot A_n) + \dots + (-1)^{n-1} \cdot P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n). \quad (6)$$

### 3. Задачі на використання формули геометричної ймовірності

Подивимося, як обчислюються геометричні ймовірності на практиці.

**Задача 1.** Абонент чекає телефонного виклику з 14:00 до 15:00. Яка ймовірність того, що дзвінок пролунає з 14:30 до 14:40?

*Розв'язання:* Простором елементарних подій  $U$  є проміжок часу з 14:00 до 15:00, а випадковій події  $A$  відповідає проміжок часу з 14:30 до 14:40 (рис. 1). Мірою є час у хвиликах, отже, за формулою (2)

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(U)} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}.$$

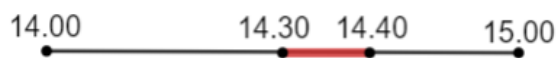


Рис. 1.

*Відповідь:*  $\frac{1}{6}$ .

Зауважимо, що ймовірність того, що дзвінок пролунає рівно о 14:30, дорівнює нулю.

**Задача 2.** У рівнобічну трапецію з основами  $a$  і  $b$  вписано круг. У трапецію навмання кидається точка. Яка ймовірність того, що точка потрапить у вписаний круг?

*Розв'язання:* Простором елементарних подій  $U$  випадкового експерименту є множина всіх точок трапеції, а шуканій випадковій події  $F$  відповідає множина точок, що знаходяться у вписаному в трапецію крузі. Оскільки точка потрапляє всередину обмеженої фігури на площині, природно в якості міри скористатися площею. Позначимо радіус вписаного в дану трапецію круга через  $R$ . За властивістю описаних чотирикутників  $AB + CD = a + b$  (рис. 2).

Опустимо висоту  $BH$  у трикутнику  $ABH$ . Маємо:

$$AB = \frac{a+b}{2}, \quad BH = 2R, \quad AH = \frac{b-a}{2}.$$

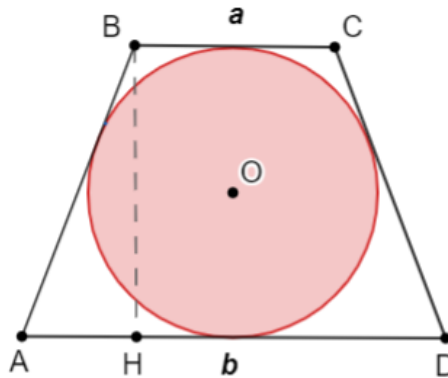


Рис. 2.

За теоремою Піфагора для трикутника  $ABH$ :

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 + (2R)^2,$$

звідки  $ab = 4R^2$ ,  $2R = \sqrt{ab}$ ,

$$S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot 2R = \frac{(a+b)\sqrt{ab}}{2}.$$

Отже, ймовірність того, що точка потрапить у вписаний в трапецію круг:

$$P(F) = \frac{S_{\text{круга}}}{S_{ABCD}} = \frac{\pi\sqrt{ab}}{2(a+b)}.$$

*Відповідь:*  $\frac{\pi\sqrt{ab}}{2(a+b)}$ .

**Задача 3.** На відрізку довжиною 5 см вибирається довільним чином точка. Яка ймовірність випадкової події, яка полягає в тому, що відстань від вибраної точки до одного з кінців відрізка не більше 1 см?

*Розв'язання:* Розглянемо відрізок  $AB$  на якому вибирається довільна точка  $X$ . Для того, щоб виконувалась умова задачі, точка  $X$  має опинитися на відрізку  $AM$  або  $NB$ , кожен з яких має довжину 1 см (рис. 3). Нехай маємо події  $F_1$  – точка  $X$  потрапила на відрізок  $AM$ ,  $F_2$  – точка  $X$  потрапила на відрізок  $NB$ . Оскільки події  $F_1$  і  $F_2$  несумісні, то за формулою (5)



Рис. 3.

$$P(F_1 + F_2) = P(F_1) + P(F_2) = \frac{AM}{AB} + \frac{NB}{AB} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}.$$

Звернімо увагу, що в якості міри використано довжини відрізків. Зауважимо, що задачу можна розв'язати з використанням формули (3), де протилежна до  $F_1 + F_2$  подія  $\overline{F_1 + F_2}$  – точка  $X$  потрапила на відрізок  $MN$ . Тоді

$$P(F_1 + F_2) = 1 - P(\overline{F_1 + F_2}) = 1 - \frac{MN}{AB} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}.$$

*Відповідь:*  $\frac{2}{5}$ .

**Задача 4.** Довільно вибираються два дійсних невід'ємних числа, кожне з яких не перевищує 10. Яка ймовірність того, що сума цих чисел не більша 5?

*Розв'язання:* За умовою задачі є два числа  $x \in [0; 10]$ ,  $y \in [0; 10]$  і подія  $F$ , для якої  $x + y \leq 5$ . На декартовій площині в якості простору елементарних подій розглянемо множину  $U = \{(x; y) | x, y \in [0; 10]\}$ , тобто, кожній парі чисел  $x$  і  $y$  відповідає точка  $(x; y)$  всередині квадрата  $U$ .

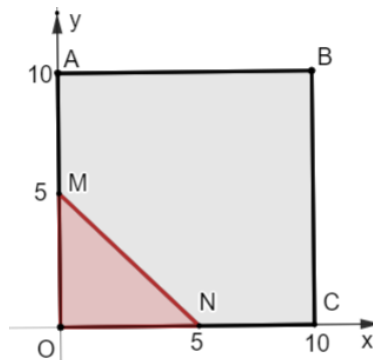


Рис. 4.

Тоді маємо, що випадкова подія, яка задовольняє умові задачі, – це така множина:  $F = \{(x; y) | x + y \leq 5, x, y \in [0; 10]\}$ . Побудуємо на декартовій площині множини  $U$  і  $F$  (рис. 4) та легко зможемо обчислити шукану ймовірність події  $F$ :

$$P(F) = \frac{S_{OMN}}{S_{OABC}} = \frac{25}{2 \cdot 100} = \frac{1}{8}$$

Відповідь:  $\frac{1}{8}$ .

**Задача 5.** (Задача про зустріч). Павло попросив Петра під час великої перерви тривалістю 30 хв принести йому зошит з хімії. Кожен з учнів приходить на місце зустрічі будь-коли протягом перерви і чекає 10 хв або до кінця перерви. Яка ймовірність того, що Павло отримає зошит?

*Розв'язання:* Позначимо час приходу Петра на місце зустрічі через  $x$ , а Павла – через  $y$ . Розглянемо простір елементарних подій – множину  $U = \{(x; y) | x, y \in [0; 30]\}$ . Вважаємо, що Петро візьме з собою потрібний зошит на місце зустрічі. Тоді шуканій події сприяє множина  $D = \{(x; y) | |x - y| \leq 10, x, y \in [0; 30]\}$ . Побудуємо графічний образ цих множин (рис. 5). Шукану ймовірність легко знаходимо за формулою (2) геометричної ймовірності:

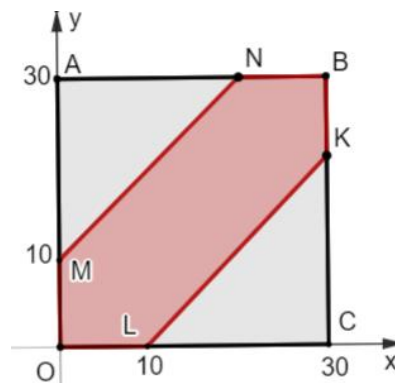


Рис. 5.

$$P(D) = \frac{S_{OMNKL}}{S_{OABC}} = \frac{S_{OABC} - (S_{AMN} + S_{CLK})}{S_{OABC}} = \frac{30 \cdot 30 - 20 \cdot 20}{30 \cdot 30} = \frac{500}{900} = \frac{5}{9}$$

Розглянемо розв'язання задачі з точки зору операцій над подіями. Ми фактично обчислили ймовірність події  $D$ , використовуючи протилежну подію  $\bar{D}$ . Згідно з формулою (3)

$$P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - \frac{S_{AMN} + S_{CLK}}{S_{OABC}} = 1 - \frac{20 \cdot 20}{30 \cdot 30} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

Відповідь:  $\frac{5}{9}$ .

**Задача 6.** На відстані 25 см від центра кулі, радіус якої 15 см, знаходиться точкове джерело світла. Яка ймовірність того, що довільно вибрана точка на поверхні сфери буде освітленою?

*Розв'язання:* Точкове джерело світла освітлює кульовий (сферичний) сегмент, розмір якого визначається дотичними до сфери, що проведені з точки, де знаходиться джерело світла. Простором елементарних подій  $U$  випадкового експерименту є множина точок поверхні сфери, а множина освітлених точок сегмента – підмножиною цього простору, що відповідає події  $A$ . Очевидно, у якості міри множин беремо їх площі.

Площа бічної поверхні кульового сегмента  $S_{\text{кул.сегм.}} = 2\pi R h$ , де  $R$  – радіус сфери,  $h$  – висота сегмента. За умовою задачі  $R = 15$  см, а для знаходження висоти  $h$  побудуємо переріз через центр сфери  $O$  і точку  $D$ , у якій розміщено джерело світла (рис. 6). Оскільки  $DM$  – дотична, то трикутник  $DMO$  – прямокутний. Тому

$$MO^2 = OH \cdot OD, \quad 15^2 = OH \cdot 25, \quad OH = 9, \quad KH = h = R - OH = 15 - 9 = 6.$$

Тобто,

$$S_{\text{кул.сегм.}} = 2\pi R h = 180\pi, \quad S_{\text{пов.сфери}} = 4\pi R^2 = 900\pi.$$

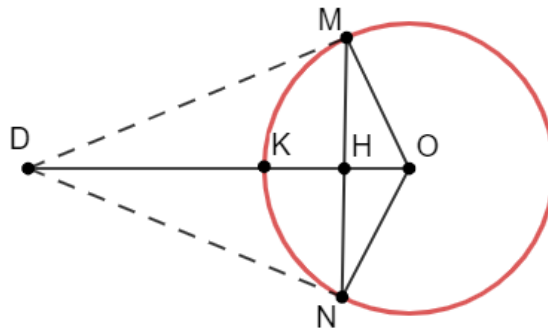


Рис. 6.

Згідно з формулою (2) знаходимо шукану ймовірність

$$P(A) = \frac{S_{\text{кул.сегм.}}}{S_{\text{пов.сфери}}} = \frac{180\pi}{900\pi} = 0,2.$$

Відповідь: 0,2.

**Задача 7.** На відрізку  $[-1; 1]$  координатної прямої навмання обирають дві точки. Нехай  $p$  і  $q$  – координати цих точок. Знайдіть імовірність того, що квадратне рівняння  $t^2 + 2pt + q = 0$  має корені.

*Розв'язання:* Оскільки точки обираються незалежно одна від одної, то розглянемо в якості простору елементарних подій множину  $U = \{(p; q) | p, q \in [-1; 1]\}$  у декартовій системі координат  $pOq$  (рис. 7).

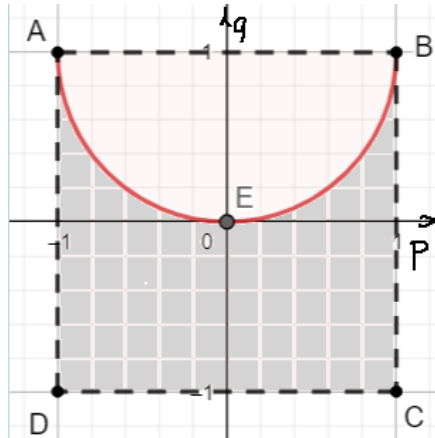


Рис. 7.

Квадратне рівняння з умови задачі має корені, коли його дискримінант невід'ємний:  $p^2 - q \geq 0$ , звідки  $q \leq p^2$ . Тобто, шуканій випадковій події  $X$ , при якій рівняння має корені, відповідає множина  $X = \{(p; q) | q \leq p^2; p, q \in [-1; 1]\}$ . Побудуємо множину  $X$  і шукатимемо ймовірність події  $X$ , як відношення площі криволінійної трапеції  $AEBCD$  під параболою до площі квадрата  $U$ . Застосуємо для знаходження площі криволінійної трапеції визначений інтеграл:

$$S(X) = \int_{-1}^1 p^2 dp + 2 = \frac{1^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} + 2 = \frac{8}{3}.$$

Звідки шукана ймовірність

$$P(X) = \frac{S(X)}{S(U)} = \frac{8/3}{4} = \frac{2}{3}.$$

*Відповідь:*  $\frac{2}{3}$ .

**Задача 8.** Скільки точок незалежно потрібно кинути в квадрат, щоб з імовірністю принаймні 0,99999 хоча б одна з них потрапила у вписаний у квадрат круг?

*Розв'язання:* Нехай  $R$  – радіус вписаного у квадрат кола. Тоді ймовірність події  $X_i$ , яка полягає в потраплянні будь-якої ( $i$ -тої) точки в круг, дорівнює відношенню площ круга і квадрата (рис. 8):

$$P(X_i) = \frac{S_{\text{круга}}}{S_{\text{квадрата}}} = \frac{\pi R^2}{4R^2} = \frac{\pi}{4}.$$

Нехай для досягнення потрібної ймовірності 0,99999 потрібно кинути  $n$  точок так, щоб хоча б одна з цих  $n$  точок попала в круг. Ця подія є сумою  $n$  незалежних подій  $X_i$ , тобто  $P(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = 0,99999$ . Оскільки формула (6) для обчислення ймовірності суми  $n$  випадкових подій достатньо громізка, то скористаємося незалежністю подій  $X_i$ . З формули (3) отримаємо

$$P(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = 1 - P(\overline{X_1 + X_2 + \dots + X_n}) = 1 - P(\overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \cdot \dots \cdot \overline{X_n}).$$

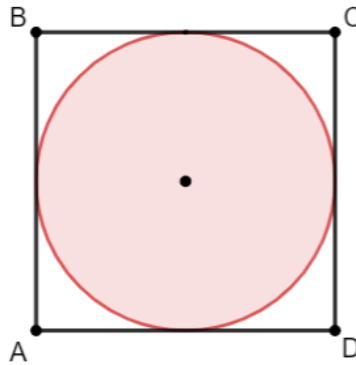


Рис. 8.

Для незалежних випадкових подій

$$P(\overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \cdot \dots \cdot \overline{X_n}) = P(\overline{X_1}) \cdot P(\overline{X_2}) \cdot \dots \cdot P(\overline{X_n}).$$

Тому

$$\begin{aligned} P(X_1 + X_2 + \dots + X_n) &= 1 - P(\overline{X_1}) \cdot P(\overline{X_2}) \cdot \dots \cdot P(\overline{X_n}) = \\ &= 1 - (1 - P(X_1))(1 - P(X_2)) \dots (1 - P(X_n)) = 1 - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^n = 0,99999. \end{aligned}$$

Отримуємо

$$\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^n = 0,00001 = 10^{-5}, \quad n = -\frac{5}{\lg\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)} \approx 7,48092.$$

Враховуючи, що число  $n$  натуральне, робимо висновок, що потрібно кинути принаймні 8 точок, щоб із вказаною ймовірністю потрапити у вписаний у квадрат круг.

Відповідь: 8.

**Задача 9.** У кулю вписано правильний тетраедр. Точка навмання кидається в кулю. Яка ймовірність того, що точка потрапить у тетраедр?

*Розв'язання:* Простором елементарних подій  $U$  випадкового експерименту є множина всіх точок кулі, а шуканій випадковій події  $A$  відповідає множина точок, що знаходяться у вписаному в кулю правильному тетраедрі. У цій задачі природно в якості міри скористатися об'ємом. Шукана ймовірність події дорівнює відношенню об'ємів вписаного правильного тетраедра і кулі. Знайдемо об'єм тетраедра через радіус описаної кулі. Сторона правильного тетраедра через радіус описаної кулі дорівнює  $a = \frac{2\sqrt{6}}{3}R$ ,

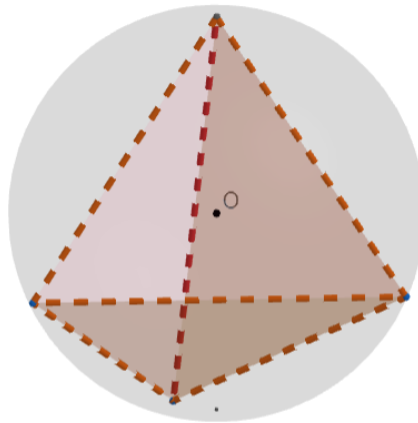


Рис. 9.

$$V_{\text{тетр.}} = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3 = \frac{8\sqrt{3}}{27} R^3.$$

Тоді

$$P(A) = \frac{V_{\text{тетр.}}}{V_{\text{кулі}}} = \frac{\left(\frac{8\sqrt{3}}{27} R^3\right)}{\left(\frac{4}{3} \pi R^3\right)} = \frac{2\sqrt{3}}{9\pi}.$$

Відповідь:  $\frac{2\sqrt{3}}{9\pi}$ .

#### 4. Задачі для самостійного розв'язування

1. У прямокутному трикутнику  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = \sqrt{3}$ ,  $BC = 8$ ) навмання вибирають точку  $O$ . Яка ймовірність того, що кут  $OAC$  не перевищує  $60^\circ$ ?

2. Стрижень довжини 3 м навмання зламали у певній точці. Яка ймовірність того, що довжина коротшої частини менша за 1 м?

3. У кулю вписано куб. Точка навмання кидається в кулю. Яка ймовірність того, що точка потрапить у куб?

4. Довільно вибирається 2 дійсних невід'ємних числа, кожне з яких не перевищує 10. Яка ймовірність того, що сума цих чисел належить проміжку  $[2; 7]$ ?

5. Юнак і дівчина домовилися зустрітися. Відомо, що кожен з них приходить у будь-який час з 15:00 до 16:00 незалежно від іншого. Якщо юнак прийде і не зустріне дівчину, то він буде чекати її ще 20 хв або до кінця терміну. Дівчина в аналогічній ситуації буде чекати юнака протягом 10 хв. Яка ймовірність того, що зустріч відбудеться?

6. У квадраті з вершинами в точках  $(0; 0)$ ,  $(1; 0)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(1; 1)$  навмання обирають точку  $Q(x; y)$ . Знайдіть ймовірність випадкової події:  $\{(x; y) | y \leq 8x^3\}$ .

7. На відрізку  $[0; 10]$  випадковим і незалежним чином кинуті 2 точки. Знайти ймовірність того, що відстань якоїсь із них до початку координат не більша 3.

8. Число  $a$  береться навмання з відрізка  $[0; 2]$ , а число  $b$  – з відрізка  $[-1; 1]$ . Яка ймовірність того, що рівняння  $x^2 + ax + b = 0$  має дійсні корені?

9. На одиничному колі навмання вибирають точку. Знайти ймовірність того, що її абсциса по модулю не перевищує 0,5.

Відповіді до задач: 1.  $0,375$ ; 2.  $\frac{2}{3}$ ; 3.  $\frac{2}{\sqrt{3\pi}}$ ; 4.  $0,225$ ; 5.  $\frac{31}{72}$ ; 6.  $\frac{5}{8}$ ; 7.  $0,51$ ; 8.  $\frac{2}{3}$ ; 9.  $\frac{1}{3}$ .

Додаткові задачі на використання формули геометричної ймовірності з вказівками або детальними розв'язаннями для учнів закладів загальної середньої освіти та студентів закладів вищої освіти можна знайти відповідно в підручнику та збірнику задач (Мерзляк та ін., 2019), (Голомозий та ін., 2025).

## 5. Висновки

У статті поняття геометричної ймовірності проілюстроване низкою розв'язаних ймовірнісних задач, де присутні геометричні об'єкти на прямій, площині та в просторі. Наведені задачі наочно демонструють їх практичну значущість, доцільність вивчення та використання геометричних ймовірностей у шкільному курсі математики. Вони стануть у пригоді як вчителям математики при підготовці занять математичних факультативів та гуртків, так і студентам та викладачам природничих спеціальностей закладів вищої освіти. Запропоновані методичні матеріали будуть корисними для формування та засвоєння поняття геометричної ймовірності.

### Список використаних джерел

Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. (2019). Алгебра і початки аналізу : початок вивчення на поглиб. рівні з 8 кл. : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. – Х. : Гімназія, 352 с.

Голомозий В. В., Карташов М. В., Кукуш О. Г., Кушніренко С. В., Майборода Р. Є., Мішура Ю. С., Ральченко К. В., Шевченко Г. М.. (2025). Збірник задач з теорії ймовірностей і математичної статистики: навчальний посібник. 375 с. <https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2025/05/problem-book-18.pdf>

Отримано редакцією журналу: 10.04..2025

Прорецензовано: 24.04..2025

Схвалено до друку: 10.06.2025

**Inna VYSHENSKA, Honored Teacher of Ukraine, Teacher-methodologist**

**ORCID ID: 0009-0009-5564-4245**

**e-mail: inna.vyshenska@gmail.com**

**Ukrainian Physical and Mathematical Lyceum  
of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine**

**Svitlana KUSHNIRENKO, Ph.D (Phys&Math), Assoc. prof.**

**ORCID ID: 0000-0002-8390-5870**

**e-mail: svilana\_kushnirenko@knu.ua**

**Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine**

## **GEOMETRIC PROBABILITIES**

**Abstract.** *Geometric probability is a valuable tool for analyzing random events that involve geometric objects, either directly or indirectly. Many problems in probability theory lend themselves to geometric interpretation. With a basic understanding of probability and school-level mathematics, one can solve such problems effectively. This article presents a series of solved probability problems, as well as exercises for independent practice, all based on the geometric probability formula. The provided teaching materials are designed to help students grasp and internalize the concept of geometric probability.*

**Keywords:** *methodology for studying elements of probability theory; geometric probabilities; calculating probabilities of random events.*